

**ВОЛОДИНА Ю. И., БУЛЫЧЕВ К. С., ВЕСЕЛКОВ Н. В.  
ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СТОИМОСТИ КВАДРАТНОГО МЕТРА ЖИЛЬЯ  
В РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ**

УДК 004.92+347.214.2, ВАК 08.00.00, ГРНТИ 06.00.00

Прогнозирование стоимости  
квадратного метра жилья в  
Российской Федерации методами  
математического моделирования

Forecasting the cost per square meter of  
housing in the Russian Federation by  
mathematical modeling methods

**Ю. И. Володина, К. С. Булычев,  
Н. В. Веселков**

**J. I. Volodina, K. S. Bulychev,  
N. V. Veselkov**

Березниковский филиал Пермского  
национального исследовательского  
политехнического университета,  
г. Березники

Berezniki Branch of Perm National  
Research Polytechnic University,  
Berezniki

*Данная статья содержит оценку рынка недвижимости, а также прогнозирование стоимости одного квадратного метра жилья в России. В статье анализируется современное состояние рынка недвижимости, как первичного, так и вторичного. Выбираются факторы, возможно влияющие на стоимость квадратного метра жилья, такие как: курс доллара, средняя заработная плата, годовой объем ввода жилья в эксплуатацию, население, количество выданных ипотечных кредитов, средняя ставка по ипотечным кредитам.*

*This article contains an assessment primary and secondary real estate market, and well as forecasting the cost of one unit of areain Russia. This article analyzes the current state of real estate market, both primary and secondary. The factors possibly affecting the cost per square meter of housing are selected, such as: dollar exchange rate, average wage, annual volume of housing commissioning, population, number of issued mortgage loans, average mortgage lending rate.*

*Полученные данные были нормализованы для построения наиболее правдоподобных математических моделей. На основе полученных данных строятся факторные и безфакторные модели: линейная многофакторная модель, модель авторегрессии и модель пространства состояний. Используя математические модели, были составлены прогнозы*

*The data obtained were normalized to build the most plausible mathematical models. Using the data obtained, factorial and factorless models are constructed: a linear multifactor model, an autoregressive model, and a model in the state space. Using mathematical models, forecasts for 3 years were derived. Based on the results of the models under study, the model with the best approximation and post-forecast quality was selected. Using the analysis of the initial data, a model of the cost of one*

на 3 года. На основании результатов исследуемых моделей была выбрана модель с наилучшим приближением и качеством после прогнозирования. На основе анализа исходных данных была получена модель стоимости одной единицы площади в РФ, после чего на ее основе был составлен прогноз на 2020–2022 гг.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, прогнозирование, Росстат, РФ, стоимость жилья.

*unit of area in the Russian Federation was obtained, after which a forecast for 2020–2022 was compiled on its basis.*

**Keywords:** *mathematical modeling, forecasting, Rosstat, RF, housing cost.*

## Введение

Одним из показателей развития рыночных отношений в мире является состояние рынка недвижимости. Недвижимость – одна из самых крупных отраслей, которая занимает более 50% процентов всемирного богатства и конечно же недвижимость является важнейшей его частью [1][2]. Недвижимость в современном мире экономики имеет колоссальную значимость, так как значительные суммы поступают в бюджет государства благодаря недвижимости, от сдачи как государственной недвижимости в аренду, так и муниципальной собственности.

Рынок недвижимости – это единая система рыночных механизмов, посредством которого передаются права на собственность. Первичный рынок (то есть новостройки) появляется в качестве товара на рынке впервые. В таком случае выступают продавцом строительные компании, а также государство. Недвижимость на вторичном рынке служит товаром, который уже находится в эксплуатации у собственника, являющегося как физическим, так и юридическим лицом.

Объем ввода первичного жилья не увеличивается, а спрос на жилье растет, что провоцирует рост цен на первичное жилье. За счет роста цен на новостройки и резкой потери качества строительства, покупатели все больше начинают отдавать приоритет вторичному жилью.

По данным Росстата в 2019 году средняя стоимость единицы площади жилья составляет 53689 тысяч рублей [3][4].

Поэтому целью данной работы является прогнозирование стоимости квадратного метра в РФ с использованием математического моделирования [5].

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Предположить, какие факторы влияют на цену квадратного метра жилья.
2. Построить математические модели.
3. Выбрать подходящую модель по аппроксимации и качеству постпрогноза.
4. Исследовать влияние воздействия управляемых и неуправляемых факторов на изменение стоимости жилья.

## Прогнозные модели

В качестве исследовательского инструментария для выбора таких воздействий можно использовать модели, описывающие зависимость стоимости квадратного метра от различных контролируемых и неконтролируемых факторов. Модели делятся на два типа: бесфакторные и факторные. Некоторые из них рассмотрим:

1. Трендовые модели: основной целью является создание экономической динамики. Такие модели предсказывают, как системы реагируют на отдаленный момент времени.
2. Линейная многофакторная модель – такие модели дают численную оценку влияния факторов, так же их связи на изменение значений реакции системы (ЛММ);
3. Модель в пространстве состояний – такие модели описывают не только отображение системой входного сигнала, но и ее внутреннюю структуру. (МПрС).

## Начальные данные

Данные по стоимости квадратного метра жилья и готовые ряды факторов получены из базы Росстата в период с 2008 по 2019 года.

Были рассмотрены различные факторы и их ежегодные ряды в базе данных Росстата (табл. 1):

1. Количество выданных ипотечных кредитов.
2. Население, тысяч [6].
3. Средняя ставка кредита [7].
4. Средняя заработная плата.
5. Курс доллара.
6. Годовой объем ввода жилья, млн [8].

Таблица 1. Значения реакции и факторов по годам

Год	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
1	50293,4	8211	2667,16	12,9	14774	24,44	0,8
2	37392	4841	2654,51	14,3	15228	31,37	0,73
3	37018,3	7808	2641,1	13,1	17438	30,48	0,67
4	40140,6	12452	2632,31	11,9	18773	29	0,75
5	44654,7	14976	2632,77	12,3	21821	31,14	0,83
6	46383,5	19642	2635,31	12,4	24716	32,16	1
7	46214	24095	2636,59	12,5	27102	35,99	1,1
8	47564,7	16642	2636,72	13,4	28528	62,55	1,2
9	45862,2	20380	2 633	12,5	30651	65,05	1,1
10	45514,8	26190	2 628	10,6	32952	58,32	1,1
11	49750	33333	2 617	8	32802	62,12	1,1
12	53689,9	28000	2 611	9,9	38562	64,55	1,1

## Нормирование и корреляционный анализ

Эти факторы были нормализованы для исключения влияния размерности и проведен корреляционный анализ. Он показал, что наибольшей взаимозависимостью являются: выданные ипотечные кредиты из страны, средняя ставка по кредитам. Чтобы исключить влияние размерности, мы выполняем нормализацию данных по формуле:

$$y_{\text{норм.}} = \frac{y(t) - \min_t(y(t))}{\max_t(y(t)) - \min_t(y(t))},$$

где  $\min_t y(t)$  – минимальный набор значений реакции системы, а  $\max_t y(t)$  максимум из набора. Точно так же факторы нормализуются.

## Линейная многофакторная модель

Построим для нашей системы многофакторную (линейную) модель по формуле:

$$y(\vec{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i(t),$$

где  $a_0$  – коэффициент, который независимый,  $a_i$  – коэффициент влияния  $x_i(t)$  на  $y(t)$ ,  $x_i(t)$  – значение фактора.

В результате были получены следующие коэффициенты:  $a_0 = -1.4922$ ,  $a_1 = -2.6178$ ,  $a_2 = 0.7910$ ,  $a_3 = -1.9964$ ,  $a_4 = -2.0687$ ,  $a_5 = -1.0177$ ,  $a_6 = 1.4633$ .

Из полученных коэффициентов следует, что факторы  $x_1$  и  $x_4$  оказывают наибольшее влияние на модель. Делаем вывод, что с увеличением населения стоимость жилья снижается, что противоречит здравому смыслу.

Вычислим квадратичную погрешность аппроксимации по формуле:

$$S = \sum_t (y - y(x))^2.$$

Квадратичная погрешность аппроксимации составила  $S = 0,13$ , это означает, что она пригодна для использования при прогнозировании.

При построении ЛММ из исходных данных и данных, полученных после применения поиска решений, становится ясно, что они практически одинаковы (Рисунок 1).

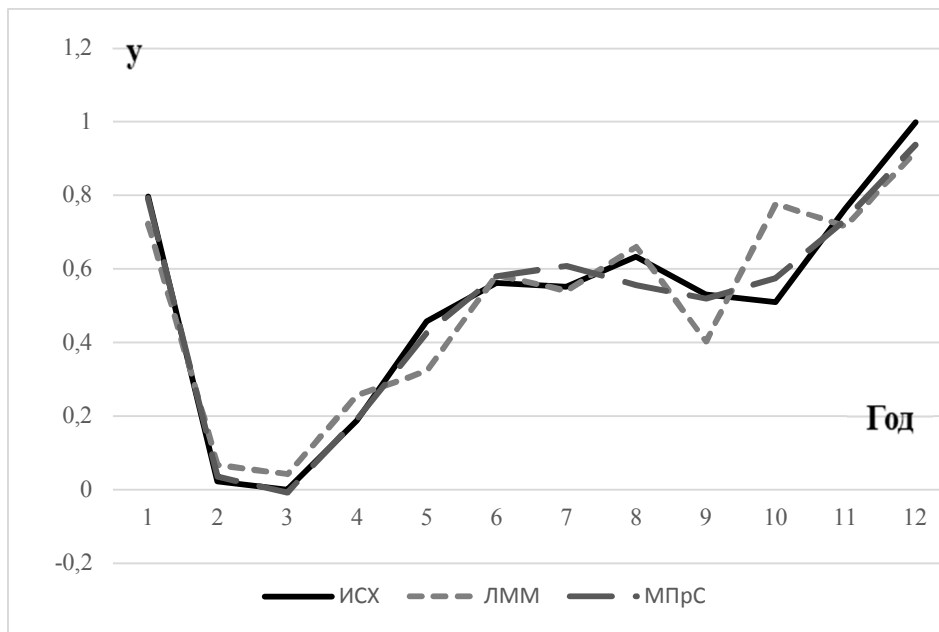


Рисунок 1. ЛММ и МПрС

### Модель в пространстве состояний

Построим модель в пространстве состояний (МПрС) по формулам:

$$\begin{aligned}x'(n+1) &= a + b \cdot x'(n) \\ y(n) &= c + d \cdot x(n),\end{aligned}$$

где  $x'$  – вектор состояния,  $a$  – вектор функции перехода,  $b$  – матрица перехода,  $c$  и  $d$  – векторы функции выхода.

После проведенных расчетов была получена квадратичная аппроксимация, которая равняется  $S = 0,0197$ .

В МПрС видно, что при построении графиков в соответствии с исходными данными, полученные в результате поиска решений, можно увидеть, что данные в ЛММ отличаются немного больше, и их график приблизительно совпадает.

### Постпрогноз

Для выбора подходящей модели для дальнейшего исследования проведена проверка методом постпрогноза (при котором известные данные принимаются неизвестными, и прогнозируются с помощью построенных моделей, а невязки сравниваются с исходными данными).

ЛММ имеет погрешность по отношению к исходным данным (Рисунок 2).

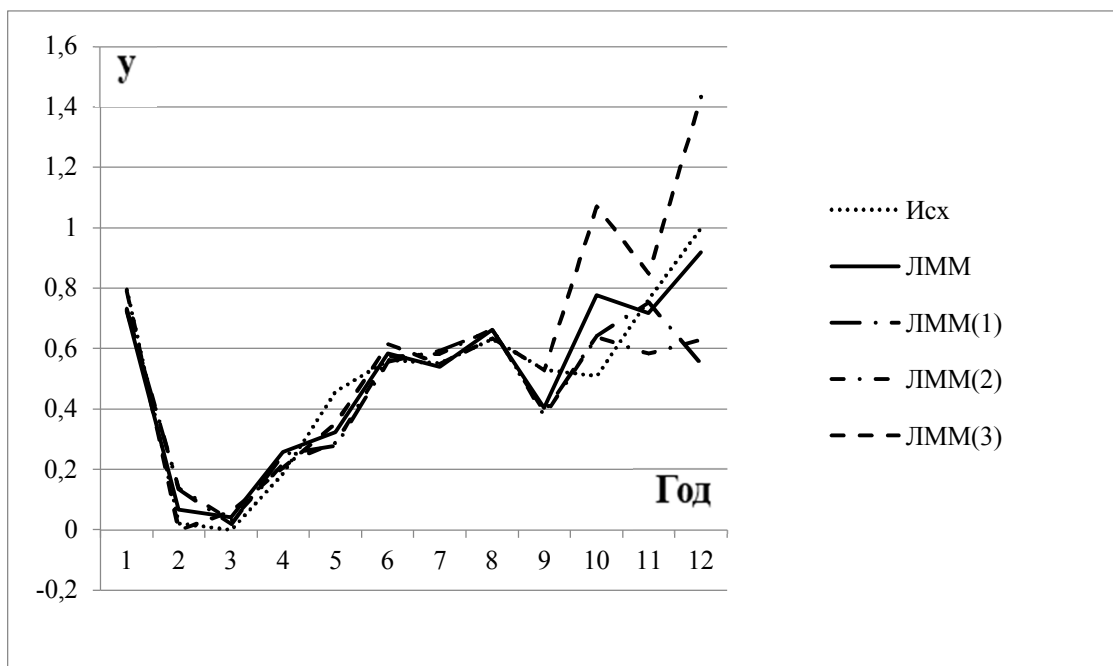


Рисунок 2. Постпрогноз (ЛММ) линейной многофакторной модели

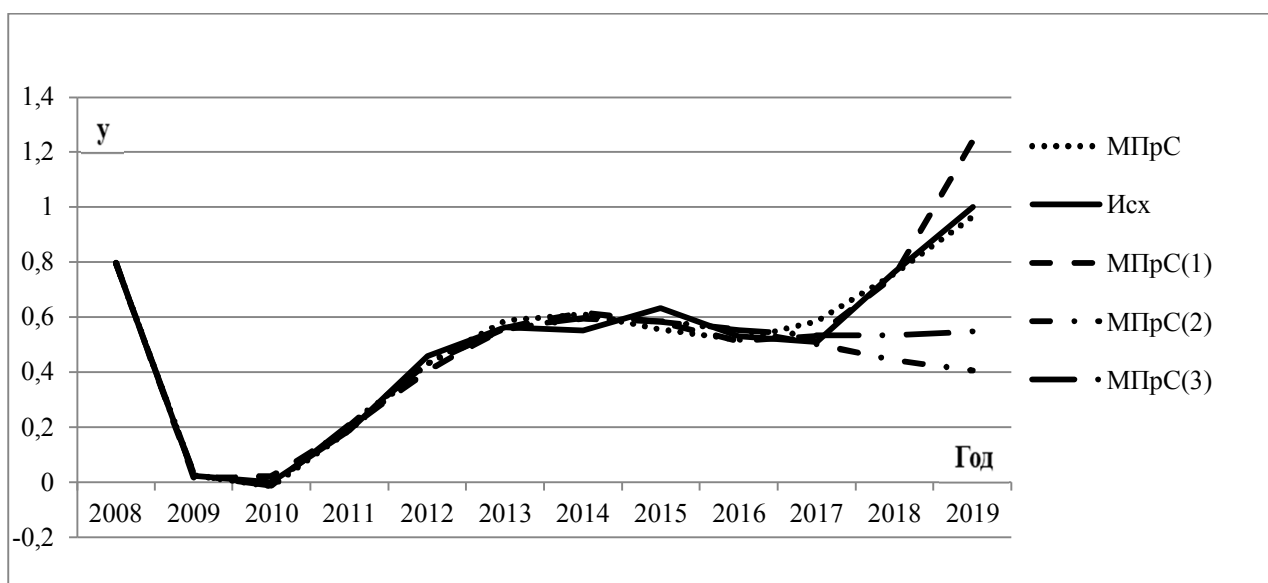


Рисунок 3. Постпрогноз (МПрС) модели в пространстве состояний

Таблица 2. Погрешность постпрогноза различных моделей

Мо- дель	Постпрогноз на один год	на два года	На три года
ЛММ	40.47%	40.25%	4.98%
МПС	-1.32%	-7.73%	-4.15%

МПрС (Рисунок 4) аппроксимирует исходные данные лучше, чем ЛММ. А пост-прогнозы, полученные показывают хорошие результаты. Делаем вывод, что МПрС предсказывает лучше, чем ЛММ и далее будет использоваться именно эта модель.

### Изменение управляемых и неуправляемых факторов

Исследуем прогноз на 3 года с изменением неконтролируемых (Таблица 3) и контролируемых факторов (Таблица 4). Для прогнозирования выбирались неконтролируемые факторы  $x_2$  (население) и  $x_5$  (курс доллара), и контролируемый фактор  $x_3$  (средняя ставка по кредиту) используя модель пространства состояний, получили прогноз факторов на 3 года при изменении данных факторов на  $\pm 5-10\%$ .

Таблица 3. Изменение неуправляемых факторов

$x_5 \backslash x_2$	-10%	-5%	0	5%	10%
-10%	1.0979	1.0827	1.0797	1.0767	1.0737
-5%	1.0857	1.0949	1.0920	1.0890	1.0860
0	1.1102	1.1072	1.1042	1.1012	1.0982
5%	1.1224	1.1194	1.1164	1.1134	1.1104
10%	1.1346	1.1316	1.1286	1.1256	1.1226

Таблица 4. Изменение управляемых факторов

$x_3$	-10%	-5%	0	5%	10%
Реакция $y$	1.0758	1.0899	1.1042	1.1184	1.1325

При изменении неконтролируемых факторов наихудшее значение (то есть снижение стоимости жилья) было достигнуто при изменении  $x_2$  на  $+10\%$ , а  $x_5$  на  $-10\%$ . Результаты являются адекватными с ростом населения и со снижением курса доллара, стоимость жилья будет уменьшаться, что логично. С изменением управляемого фактора  $x_3$  (процентная ставка ипотечного кредитования) стоимость жилья увеличивается на 10 процентов, а с уменьшением стоимость жилья уменьшается, что также логично.

Например, при наихудшем развитии неконтролируемого фактора  $x_5$  (курс доллара), то есть с ростом курса доллара, стоимость жилья будет расти. Эту ситуацию можно исправить, регулируя управляемый фактор  $x_3$  (процентная ставка ипотечного кредитования). Когда фактор  $x_3$  снижается на 10% стоимость жилья снижается на 2.5%.

Прогноз на три года вперед представлен на рисунке 4.

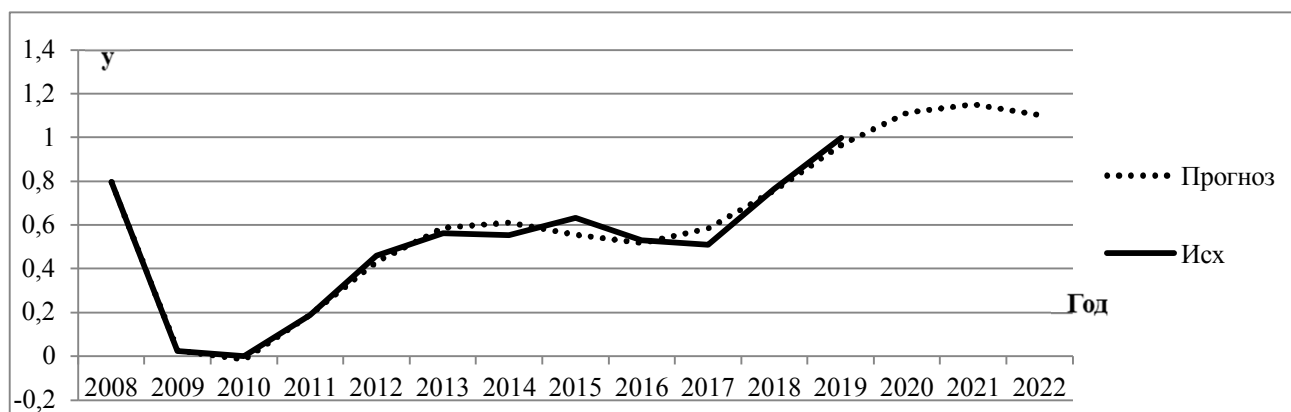


Рисунок 4. Прогноз на три года

## Выводы

Подводя итог, удалось разработать модель стоимости одной единицы площади жилья, и на ее основе составить прогноз на 2020–2022 гг. Была построена модель в пространстве состояний, исследованы её прогнозные свойства. Проведенное исследование показало, что стоимость жилья в последнее время растет. Это подтверждается данными, полученными в ходе моделирования. Однако при определенном развитии неконтролируемых и контролируемых факторов стоимость жилья может как увеличиваться, так и уменьшаться. Регулировать стоимость можно за счет изменения управляемого фактора – средняя ставка кредитования.

## Список использованных источников и литературы

1. Королева А. М. Роль рынка недвижимости в экономике государства // Общество: политика, экономика, право. – 2016. № 6. – С. 71-73.
2. Рынок недвижимости, его роль и место в национальной экономике [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://refleader.ru/jgeujgmerpolna.html> (Дата обращения: 07.07.2020)
3. Средняя цена 1 кв.м. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://showdata.gks.ru/report/277332/> (Дата обращения: 07.07.2020)
4. Гераськина И. Н., Затонский А. В. Моделирование тренда инвестиционной и строительной деятельности Российской Федерации // Вестник МГСУ. – 2017. Т. 12. № 11 (110). – С. 1229-1239.
5. Володина Ю. И. Сравнение моделей прогнозирования временных рядов // Материалы Шестой Всероссийской научно-практической конференции. – 2017. – С. 82-84.
6. Численность постоянного населения в среднем [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://showdata.gks.ru/report/278930/> (Дата обращения: 09.07.2020)
7. Показатели рынка жилищного (ипотечного жилищного) кредитования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://cbr.ru/statistics/bank\\_sector/mortgage/](https://cbr.ru/statistics/bank_sector/mortgage/) (Дата обращения: 10.07.2020)
8. Годовой объем ввода жилья [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://showdata.gks.ru/report/273352/> (Дата обращения: 10.07.2020)
9. Янченко Т. В., Затонский А. В. Определение оптимальной ранжировки частных критериев оценки краевого социального ресурса // Экономика и менеджмент систем управления. – 2013. № 4 (10). – С. 99-104.
10. Затонский А. В., Сиротина Н. А. Преимущества дифференциальной модели сложной экономической системы // Образование. Наука. Научные кадры. – 2012. № 8. – С. 98-102.

## List of references

1. Koroleva A. M. The role of the real estate market in the state economy // Society: politics, economics, law. – 2016. No. 6. – P. 71-73.
2. The real estate market, its role and place in the national economy, <http://refleader.ru/jgeujgmerpolna.html>, accessed 07/07/2020.



3. Average price of 1 sq.m., <https://showdata.gks.ru/report/277332/>, accessed 07/07/2020.
4. Geraskina I. N., Zatonkiy A.V. Modeling the trend of investment and construction activities of the Russian Federation // Vestnik MGSU. – 2017. Т. 12. No. 11 (110). – P. 1229-1239.
5. Volodina Yu. I. Comparison of time series forecasting models // Materials of the Sixth All-Russian Scientific and Practical Conference. – 2017. – P. 82-84.
6. Number of resident population on average, <https://showdata.gks.ru/report/278930/>, accessed 07/09/2020.
7. Indicators of the market for housing (mortgage) lending, [https://cbr.ru/statistics/bank\\_sector/mortgage/](https://cbr.ru/statistics/bank_sector/mortgage/), accessed 07/10/2020.
8. Annual volume of housing commissioning, <https://showdata.gks.ru/report/273352/>, accessed 07/10/2020.
9. Yanchenko T. V., Zatonkiy A. V. Determination of the optimal ranking of private criteria for assessing the regional social resource // Economics and management of control systems. – 2013. No. 4 (10). – P. 99-104.
10. Zatonkiy A. V., Sirotina N. A. Advantages of a differential model of a complex economic system // Education. The science. Scientific personnel. – 2012. No. 8. – P. 98-102.